



University of Groningen

## Dynamical symmetry breaking in the gauged Nambu-Jona-Lasinio model

Reenders, Klaas Hommo Immanuel

**IMPORTANT NOTE:** You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

### *Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

### *Publication date:*

1999

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

### *Citation for published version (APA):*

Reenders, K. H. I. (1999). Dynamical symmetry breaking in the gauged Nambu-Jona-Lasinio model. Groningen: s.n.

### **Copyright**

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

### **Take-down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

## References

- o Cimento **1**, 80  
Nauk. **95**, 497  
Nauk. **95**, 773  
Nauk. **95**, 1177

## Samenvatting

In dit proefschrift wordt het *Gauged Nambu–Jona-Lasinio* (GNJL) model behandeld. Het GNJL model is een quantumvelden-theoretisch model voor dynamische chirale symmetriebreking. De begrippen *chirale symmetrie* en *chirale symmetriebreking* worden gebruikt in de hoge energie fysica. Chirale symmetriebreking verschaft een mechanisme om massa's van elementaire deeltjes (zoals bijv. het elektron, quarks, neutrino's (?)) te genereren.

In de jaren dertig en veertig bleek dat voor het modelleren van het gedrag van een elementair deeltje, zoals het elektron, zowel een quantummechanische beschrijving als een relativistische beschrijving nodig was. Dit heeft aanleiding gegeven tot de quantumvelden-theorie. In de jaren zeventig zijn de quantum-velden-theoretische modellen van de electromagnetische, de zwakke en de sterke wisselwerking verenigd in het Standaard Model. Het Standaard Model beschrijft de interacties tussen de elementaire deeltjes (elementair voor zover we dat experimenteel kunnen testen) in termen van zogenaamde ijktheorieën. Deze ijktheorieën hebben een bijzondere eigenschap die *renormaliseerbaarheid* wordt genoemd en die hen toepasbaar maakt over een heel groot energiegebied.

Eén van de vraagstukken in de natuurkunde is de oorsprong van de massa's van de elementaire deeltjes en hun verscheidenheid. Deze massa's volgen niet uit het Standaard Model. Hoewel hierover veel ideeën zijn, bestaat er nog geen succesvol model waarmee de massa's berekend kunnen worden. Het enige dat we nu kunnen is de massa's van de elementaire deeltjes meten met behulp van deeltjesversnellers en de gemeten waarden gebruiken als uitgangspunt in specifieke modellen. Om massa's aan elementaire deeltjes toe te kennen gebruiken we in het Standaard Model het zogenaamde Higgs mechanisme. Dit Higgs mechanisme voorspelt tevens het bestaan van een Higgs boson, een deeltje dat nog niet is waargenomen.

De wiskundige formulering van quantumvelden-theorieën is erg ingewikkeld, en niet compleet. De interessantste en fysisch meest relevante modellen leiden tot een oneindig groot systeem van gekoppelde bewegingsvergelijkingen. Deze worden ook wel Schwinger–Dyson vergelijkingen genoemd. Dergelijke vergelijkingen zijn praktisch onoplosbaar en dus zijn we gedwongen benaderingen te ontwikkelen waarmee we iets concreets kunnen uitrekenen.

Het Standaard Model is erg succesvol. Dat hebben we te danken aan het feit dat de koppelingsconstanten (die de sterkte van de fundamentele natuurkrachten weergeven) in de meeste gevallen vrij klein zijn. Daardoor kunnen we gebruik maken van een expansietechniek die storingstheorie heet.

Een direct gevolg van renormalisatie is dat koppelingsconstanten energie-afhankelijk zijn. Zo hangt de sterkte van een bepaalde interactie tussen deeltjes af van de afstand tussen die deeltjes. Meestal is het zo dat een interactie vrij zwak is voor lange afstanden en sterker wordt naarmate de afstand tussen de deeltjes kleiner wordt (het omgekeerde is ook mogelijk). Een aantal fysische verschijnselen is het gevolg van een sterke wisselwerking tussen deeltjes, en kan dus niet, i.v.m. grote koppelingsconstanten, met storingstheorie beschreven worden. Voorbeelden hiervan zijn massageneratie en de formatie van gebonden toestanden zoals hadronen. Deze hadronen zijn gebonden toestanden van twee of drie quarks. De *sterke wisselwerking* tussen quarks wordt beschreven door QCD (quantumchromodynamica). Hoewel we denken dat QCD de juiste theorie is voor de dynamica van quarks is het erg moeilijk om uit QCD de hadronen te herleiden.

Zulke niet-storingsachtige fenomenen gaan vaak samen met het optreden van een faseovergang in het model als functie van de koppelingsconstante. Als de koppelingsconstante boven een bepaalde kritische waarde komt, ontstaan gebonden toestanden van fermionen en wordt een massa gegenereerd (*dit is dynamische chirale symmetriebreking*). Dergelijke chirale faseovergangen hebben veel overeenkomsten met faseovergangen in modellen voor bijvoorbeeld ferromagnetisme in de statistische mechanica.

Wat het GNJL model interessant maakt is het feit dat een combinatie van voldoende sterke en attractieve *vier-fermion* interacties en een zogenaamde *Abelse* ijkinteractie<sup>1</sup> zo'n chirale faseovergang veroorzaakt. De faseovergang hangt samen met de formatie van gebonden toestanden en massageneratie. Het blijkt dat de gebonden toestanden in het GNJL model veel compacter zijn en sterker gebonden dan in QCD. Dit suggereert dat de gebonden toestanden relevant zijn voor de beschrijving van de dynamica van de fermionen over een heel groot energiegebied. Technisch gesproken betekent dit dat de vier-fermion interactie renormaliseerbaar is; de dracht van de vier-fermion interacties is veel langer dan op grond van storingstheorie berekend kan worden.

Het GNJL model zegt daarom veel over de mogelijke rol die vier-fermion interacties kunnen spelen voor het modelleren van massa's van elementaire deeltjes.

Hieronder volgt een korte samenvatting per hoofdstuk.

**Hoofdstuk 1.** Hierin introduceren we het pad-integraal formalisme en de daaraan gerelateerde Schwinger-Dyson vergelijking. De renormalisatiegroep-methode wordt uitvoerig behandeld en de connectie tussen faseovergangen in statische mechanische modellen en de renormalisatie van quantumvelden theorieën wordt gemaakt. Aan

<sup>1</sup>Dit in tegenstelling tot QCD dat gebaseerd is op een niet-Abelse ijktheorie.

het eind intro  
GNJL model.

**Hoofdstuk 2.**  
aard. De Schwi  
(correlaties fun  
identiteiten beh  
reprentieren en  
naderingsmetho  
voor het formul

**Hoofdstuk 3.**  
benaderingen ge  
de "quenched" b  
Schwinger-Dyson  
in het GNJL m  
gap-vergelijking  
benaderingen w  
numerieke rooste  
Hoewel dit hoof  
de literatuur en

**Hoofdstuk 4.**  
en de scalaire ins  
benadering.  
We ontwikkel  
vinden voor de Y  
senteert. De scal  
Yukawa vertex be  
is een functie van  
toestand.

De resultaten  
Het nieuwe aan o  
wordt uitgebreid e  
studies. Een van o  
dat de Hartree-F  
in het algemeen i

**Hoofdstuk 5.** I  
er kortweg op nee  
maliseerbare theori

## Samenvatting

en aan het feit  
natuurkrachten  
gebruik maken

n energie-afhan-  
deeltjes af van  
rij zwak is voor  
deeltjes kleiner  
chijnselen is het  
het, i.v.m. grote  
rbeelden hiervan  
hadronen. Deze  
ke wisselwerking  
nica). Hoewel we  
het erg moeilijk

het optreden van  
unte. Als de kop-  
an gebonden toe-  
mamische chirale  
l overeenkomsten  
ne in de statistis-

mbinatie van vol-  
umde *Abelse* ijk-  
hangt samen met  
t dat de gebonden  
nden dan in QCD.  
eschrijving van de  
chnisch gesproken  
de dracht van de  
gtheorie berekend

vier-fermion inter-  
ntaire deeltjes.

isme en de daaraan  
oep-methode wordt  
tische mechanische  
rdt gemaakt. Aan  
orie.

het eind introduceren we het Goldstone mechanisme en de Lagrangeaan van het GNJL model.

**Hoofdstuk 2.** Dit hoofdstuk is een noodzakelijk kwaad en nogal technisch van aard. De Schwinger-Dyson vergelijkingen voor een aantal specifieke Green functies (correlaties functies) worden afgeleid. Ook worden de zogeheten Ward-Takahashi identiteiten behandeld. Dit zijn vergelijkingen die de symmetrieën van het model representeren en uitermate belangrijk zijn in het bepalen van een geloofwaardige benaderingsmethode. De Ward-Takahashi identiteiten zijn het centrale uitgangspunt voor het formuleren van niet-storingsachtige benaderingen.

**Hoofdstuk 3.** In hoofdstuk 3 worden een aantal specifieke niet-storingsachtige benaderingen geïntroduceerd en onder de loep genomen: de "ladder" benadering, de "quenched" benadering en de "mean-field" (Hartree-Fock) benadering voor de Schwinger-Dyson vergelijking (de *gap-vergelijking*) voor de massa van het fermion in het GNJL model. De basiseigenschappen van de chirale faseovergang die de gap-vergelijking beschrijft worden behandeld. De resultaten van deze specifieke benaderingen worden vergeleken met andere niet-storingsachtige technieken zoals numerieke roostersimulaties en niet-storingsachtige renormalisatiegroep technieken. Hoewel dit hoofdstuk geen nieuwe resultaten beschrijft, geeft het een overzicht van de literatuur en vormt het een raamwerk voor het begrijpen van hoofdstuk 4 en 5.

**Hoofdstuk 4.** Dit hoofdstuk is gewijd aan het berekenen van de Yukawa vertex en de scalaire instabiele gebonden toestanden (resonanties) in de quenched ladder benadering.

We ontwikkelen een methode waarmee we analytische uitdrukkingen kunnen vinden voor de Yukawa-vertex en de scalaire propagator die deze resonantie representeert. De scalaire propagator is te beschouwen als een soort Higgs deeltje. De Yukawa vertex beschrijft de interactie tussen fermionen en gebonden toestanden en is een functie van de impulsen van de ingaande fermionen en de uitgaande gebonden toestand.

De resultaten worden uitvoerig vergeleken met resultaten van andere auteurs. Het nieuwe aan onze berekeningen is dat het impuls gedrag van de Yukawa-vertex wordt uitgebreid en dat het fasediagram uitvoeriger wordt behandeld dan in eerdere studies. Een van de conclusies die uit hoofdstuk 4 getrokken kan worden is het feit dat de Hartree-Fock benadering voor vier-fermion interacties in het GNJL model in het algemeen inconsistent is.

**Hoofdstuk 5.** In dit hoofdstuk wordt de *continuum limiet* behandeld. Dit komt er kortweg op neer dat we onderzoeken of het GNJL model een niet-triviale renormaliseerbare theorie is. De vier-fermion interacties worden nu benaderd in een  $1/N$

expansie<sup>2</sup> in plaats van de Hartree-Fock benadering.

Gekeken wordt naar de vacuumpolarisatie. Dat is een functie die de effectieve koppelingsconstante oftewel de effectieve lading van de fermionen beschrijft. Uiteindelijk bepaalt het gedrag van de vacuumpolarisatie of het GNJL model een *niet-triviaal* renormaliseerbaar model is. De vacuumpolarisatie is een functie van zowel de Yukawa-vertex als de scalaire propagator waarvoor we in hoofdstuk 4 expliciete uitdrukkingen hebben afgeleid.

**Conclusie.** Het doel van dit proefschrift was om het sterke koppelingsgedrag en de chirale faseovergang in het GNJL model beter te begrijpen en de conclusie van dit proefschrift kan als volgt worden samengevat. We hebben aangetoond binnen het kader van een aantal niet-storingsachtige benaderingen (nl. de ladder benadering en de  $1/N$  expansie) dat het GNJL model een niet-triviale renormaliseerbare theorie is, in de buurt van de chirale faseovergang, mits het aantal typen fermionen (aangeduid met  $N$ ) groter is dan een kritische waarde ( $N_c$ ).

Deze kritische waarde is nogal groot ( $N_c \approx 50$ ), en is veel groter dan het aantal typen fermionen dat tot nu toe bekend is. Daarom is er wat dat betreft nog geen directe toepassing voor het model. Toch is het resultaat belangrijk omdat de enige tot nu bekende niet-triviale renormaliseerbare theorieën gebaseerd zijn op *niet-Abelse* ijktheorieën terwijl het door ons beschouwde GNJL model is gebaseerd op een *Abelse* ijktheorie.

## Acknowledgements

This thesis would not have been possible without the help of many people. I first of all thank my supervisor, Prof. Dr. J. G. Gusynin, who has given me the opportunity to work in his group. The countless colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, have formed the environment in which this work was done. Our institute and its staff have given me the necessary support and facilities. My colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, have given me the necessary support and facilities.

Marinus W. J. de Boer, who has given me the necessary support and facilities. My colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, have given me the necessary support and facilities.

Also I would like to thank my colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, who have given me the necessary support and facilities.

I thank Tony J. van der Veken for his help in the theory of phase transitions and for his help in the theory of phase transitions.

Special thanks to my colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, for their collaboration in this work.

Anthony H. J. van der Veken, who has given me the necessary support and facilities.

Thanks to my colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, for their collaboration in this work.

Thanks also to my colleagues at the Institute of Physics, University of Amsterdam, for their collaboration in this work.

Last but not least, I thank my family for their patience, support and love.

<sup>2</sup>Een andere niet-storingsachtige techniek waar  $N$  een getal is dat het aantal verschillende typen fermionen aangeeft.